

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (11 класс)

Задание 1 (15 баллов).

Геологи Южноуральской геологоразведочной партии МГУ в последний день полевого сезона 2024 года раскладывали отобранные образцы горных пород по ящикам для отправки в Москву. Сначала они разложили образцы так, что в каждом ящике оказалось по 19 образцов и 6 образцов осталось. Чтобы разложить образцы поровну в каждый ящик, ящиков понадобилось на один меньше чем в начале. Какое наименьшее число образцов горных пород могло быть отобрано в полевом сезоне 2024 года?

Решение:

Общее число образцов равно $19N + 6$.

Это число делится на $N - 1$, поэтому число $(19N+6) / (N-1) = (19+ 27) / (N-1)$ – целое,

откуда: $N - 1 = 1$, $N=2$, $19N+6 = 44$.

Ответ: 44

Задание 2 (20 баллов).

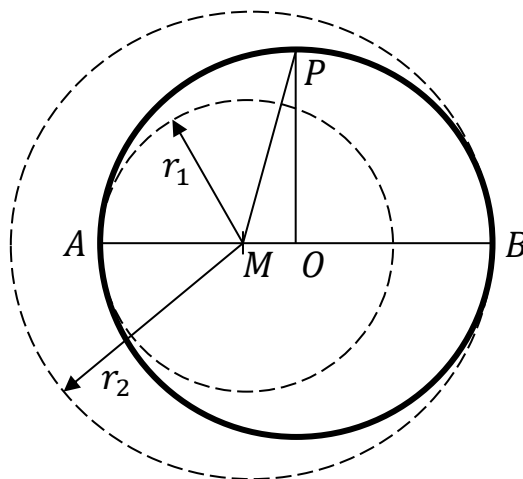
В палеомагнитной лаборатории кафедры Динамической геологии МГУ был проведен следующий эксперимент. Внутри полого тонкостенного сферического глобуса был помещен точечный заряд, создающий электростатическое поле. Максимальное и минимальное значения величины напряжённости поля на поверхности глобуса достигаются на экваторе и равны по величине соответственно $E_{max} = 90$ В/м и $E_{min} = 10$ В/м. Какова величина напряжённости электрического поля на полюсе глобуса? Считать, что оболочка глобуса не искажает электрическое поле заряда, а внутри и снаружи глобуса находится воздух при нормальных условиях.

Решение:

Пусть точечный заряд q находится в точке M внутри глобуса радиусом R . Через точку M проведём диаметр AB глобуса (см. рисунок). Пусть $AM = x$, $MB = 2R - x$.

Построим сферу радиусом $r_1 = x$ с центром в точке M . Судя по рисунку, вся поверхность глобуса, кроме точки A , лежит снаружи этой сферы. Таким образом, точка A – ближайшая к заряду q из точек на поверхности глобуса.

Построим сферу радиусом $r_2 = 2R - x$ с центром в точке M . Судя по рисунку, вся



поверхность глобуса, кроме точки B , лежит внутри этой сферы. Таким образом, точка B – самая дальняя от заряда q из точек на поверхности глобуса.

Из этих двух утверждений следует, что модуль напряжённости поля точечного заряда q в точках A и B равен, соответственно,

$$E_A = \frac{k|q|}{r_1^2} = \frac{k|q|}{x^2} = E_{max}; \quad E_B = \frac{k|q|}{r_2^2} = \frac{k|q|}{(2R - x)^2} = E_{min}.$$

Следовательно, именно точки A и B , согласно условию, лежат на экваторе глобуса, а точка M лежит на диаметре AB в его экваториальной плоскости. Тогда отрезок OP , соединяющий полюс P глобуса с его центром O , перпендикулярен диаметру AB ($OP \perp AB$). Поэтому модуль напряжённости поля точечного заряда q в точке P равен

$$E_P = \frac{k|q|}{(MP)^2} = \frac{k|q|}{R^2 + (R - x)^2}.$$

Из выражений для E_A и E_B следует, что

$$x = \sqrt{\frac{k|q|}{E_{max}}}, \quad y = 2R - x = \sqrt{\frac{k|q|}{E_{min}}}, \quad 2R = x + y.$$

Тогда

$$\begin{aligned} R^2 + (R - x)^2 &= 2R^2 - 2Rx + x^2 = \frac{1}{2}(x + y)^2 - x(x + y) + x^2 = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{k|q|}{E_{max}} + \frac{k|q|}{E_{min}} \right) = \frac{k|q|}{2} \cdot \frac{E_{max} + E_{min}}{E_{max} \cdot E_{min}}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$E_P = 2 \frac{E_{max} \cdot E_{min}}{E_{max} + E_{min}} = \frac{2 \cdot 90 \cdot 10}{90 + 10} = 18 \text{ В/м}.$$

Ответ: $E_P = 18 \text{ В/м}$.

Задание 3 (15 баллов).

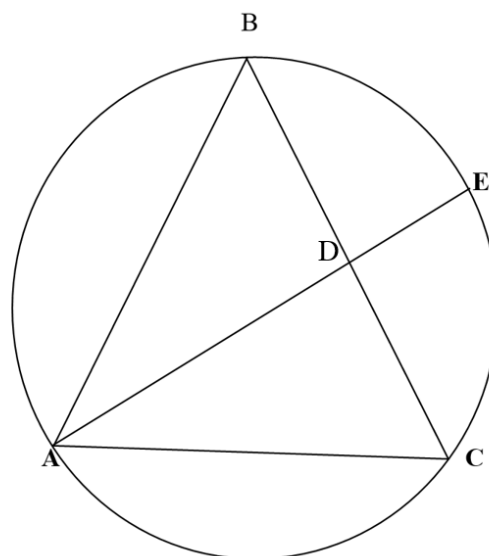
При составлении плана геологоразведочных работ по изучению золоторудного месторождения на топографической карте было намечено четыре места для организации стоянок поисковых геологических групп. Запланированные места стоянок геологической группы находятся на окружности и отмечены на карте буквами $ABCE$. Треугольник ABC – равнобедренный ($AB = BC$). Точка E находится на пересечении прямой, содержащей биссектрису AD треугольника ABC . Площади треугольников BED и CED равны 5 и 6 соответственно. Найдите длину маршрута $ABCE$.

Решение:

Пусть АЕ пересекает ВС в точке D.

Тогда:

- 1) АЕ-биссектриса, значит $AE=EC$.
- 2) АЕ-биссектриса, значит $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{S_{BED}}{S_{CED}} = \frac{5}{6}$.
- 3) Проведем высоту ВН. Обозначим угол $BAH = \beta$.
- 4) $\triangle ABH$ – прямоугольный. $\cos\beta = \frac{AH}{AB} = \frac{AC/2}{AB} = \frac{3}{5}, \sin\beta = \frac{4}{5}$.
- 5) Четырехугольник АВЕС вписан в окружность. Угол $BEC = \pi - \text{Угол } BAC = \pi - \beta$.
- 6) $S_{BEC} = \frac{1}{2} BE \times EC \sin BEC = \frac{1}{2} BE^2 \sin(\pi - \beta) = \frac{1}{2} BE^2 \frac{4}{5} = 11BE = \frac{\sqrt{110}}{2}$.
- 7) $\triangle BEC$ т. косинусов $BC^2 - 2BE^2 - 2BE^2 \cos(\pi - \beta) = 2 \frac{55}{2} \left(1 + \frac{3}{5}\right) = 88$.
- 8) $BC = 2\sqrt{22}, AC = \frac{6}{5}AB = \frac{6}{5}BC$.
- 9) Длина маршрута равна периметру четырехугольника $ABCE = \sqrt{110} + \frac{22\sqrt{22}}{5}$.



Ответ: $\sqrt{110} + \frac{22\sqrt{22}}{5}$.

Задание 4 (20 баллов).

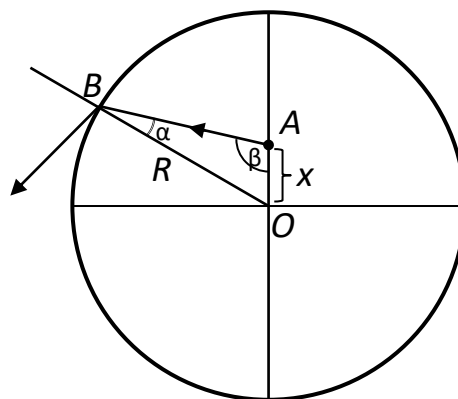
В ювелирной мастерской из янтаря был изготовлен прозрачный шарик радиусом $R = 12$ мм, который имеет внутренний дефект в виде точечного инородного объекта. Шарик рассматривают с большого расстояния, поворачивая его произвольным образом относительно его центра. На каком максимальном расстоянии от центра шарика может находиться дефект, если он виден при любой ориентации шарика? Показатель преломления шарика $n = 1,6$. Отражением световых лучей на внутренней поверхности шарика пренебречь.

Решение:

Пусть дефект находится в точке А на расстоянии x от центра шарика О. Луч света от дефекта А попадает на поверхность шарика в точке В. Чтобы луч в точке В преломился на границе раздела сред «стекло–воздух» и вышел из шарика в воздух, угол падения α должен быть ограничен неравенством

$$\sin \alpha \leq \frac{1}{n}.$$

В треугольнике $\triangle OAB$ по теореме синусов



$$\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta},$$

откуда

$$\frac{x}{R} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \leq \frac{1}{n \sin \beta}.$$

Чтобы установить, виден ли шарик при любой его ориентации, надо рассмотреть любые положения точки B на поверхности шарика, перебирая при этом любые положения точки A внутри шарика. Очевидно, что при этом рассмотрении мы получим любые значения $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$. При этом $\max(\sin \beta) = 1$ достигается, когда $OA \perp AB$. Это самое сильное ограничение сверху на величину x :

$$\frac{x}{R} \leq \frac{1}{n}, \text{ или } x \leq \frac{R}{n}.$$

Это значит, что свет из точки A выходит через любую точку B на поверхности шарика при любом расположении точки A внутри шарика радиусом R/n с центром в точке O .

Таким образом,

$$\max x = \frac{R}{n} = \frac{12}{1,6} \text{ мм} = 7,5 \text{ мм}.$$

Ответ: $\max x = 7,5 \text{ мм}$

Задание 5 (15 баллов).

Какие горные породы образуются при извержениях вулканов? Какое они имеют практическое значение?

Ответ:

При извержениях вулканов образуются эффузивные магматические горные породы (например, базальты, андезиты и другие). Поскольку лава (излившаяся на поверхность Земли магма) имеет преимущественно силикатный состав (на 45-75% состоит из кремнезема), эти горные породы состоят главным образом из минералов-силикатов.

На возможность практического применения эффузивных горных пород влияют особенности их состава (довольно устойчивые к внешнему воздействию силикаты), структуры (порфировые, афировые, часто стекловатые) и текстуры (пористые, флюидалные и т.д.).

Большинство эффузивных горных пород являются строительным материалом. Как непосредственно сами горные породы, в облицовке зданий, интерьеров (трахиты, андезиты, туфолавы и другие, имеющие красивый структурно-текстурный рисунок), так и в производстве из них строительных материалов (например, керамзита, бетона, бутового камня и щебня).

Для полного ответа необходимо упомянуть об использовании человеком в прошлом вулканических стекол (обсидиана) для изготовления различных орудий и оружия, т.к. такие стекла имеют очень тонкие и острые режущие края.

В ответе не учитывается и считается ошибкой использование интрузивных (глубинных) магматических горных пород, поскольку это не входит в заданный вопрос, а лишь подчеркивает незнание участника отличий этих типов магматических пород.

Задание 6 (15 баллов).

В результате каких геологических процессов могли образоваться такие причудливые формы? Ответ обоснуйте.



Ответ:

На данной фотографии изображено обнажение горных пород в верхней части склона. Горные породы, слагающие обнажение, скорее всего относятся к типу морских осадочных мелкообломочных сцементированных (песчаники, гравелиты). Об этом свидетельствует характерная слоистость, в том числе косая.

В результате тектонических движений осадочные породы оказались на поверхности Земли и стали подвергаться экзогенным разрушающим геологическим процессам, которые и привели к формированию таких форм.

Самым значимым процессом является процесс выветривания (физического, в меньшей степени химического и биологического). Интенсивный нагрев пород днём и охлаждение ночью, замерзание льда в трещинах, расклинивание корнями растений приводили к постоянному разрушению горных пород. Горные породы, слагающие склон, неоднородны: среди довольно однородной толщи наблюдаются шаровидные конкреции (стяжения), которые отличаются от окружающих пород более прочным «цементом», поэтому они труднее подвергаются процессам выветривания.

Поскольку обнажение находится в верхней открытой части склона, вторым важным фактором является ветер, который выдувал и обтачивал горные породы переносимыми частицами.

Итак, такие причудливые формы образовались преимущественно в результате процессов выветривания и геологической работы ветра. Полный ответ должен включать описание обоих этих геологических процессов и обоснование. Образованию шаровидных форм (стяжений) способствовал более прочный связующий «цемент».